Д. Б. Базарханов

Алматы, dauren@math.kz, dauren-math@yandex.ru

ОЦЕНКИ ПОПЕРЕЧНИКОВ КЛАССОВ ТИПА НИКОЛЬСКОГО – БЕСОВА И ЛИЗОРКИНА – ТРИБЕЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Фиксируем $n \in \mathbb{N}$, $n \leqslant d$; для произвольных $\varepsilon \subset \varepsilon_d = \{1,\dots,d\}$ ($\varnothing \neq \varepsilon = \{j_1,\dots,j_{|\varepsilon|}\}$, $1 \leqslant j_1 < \dots < j_{|\varepsilon|} \leqslant d$) и $x = (x_1,\dots,x_d) \in \mathbb{R}^d$ положим $x(\varepsilon) = (x_{j_1},\dots,x_{j_{|\varepsilon|}}) \in \mathbb{R}^{|\varepsilon|}$. Далее, фиксируем разбиение $\epsilon = \{\varepsilon^{(1)},\dots,\varepsilon^{(n)}\}$ множества ε_d (т. е. $\varepsilon_d = \cup_{i=1}^n \varepsilon^{(i)}$, $\varepsilon^{(i)} \cap \varepsilon^{(j)} = \varnothing$ при $i \neq j$, $\varepsilon^{(i)} \neq \varnothing$, $d_i := |\varepsilon^{(i)}|$, $i \in \varepsilon^{(n)}$). Для удобства для $x \in \mathbb{R}^d$ пишем $x = (x^1,\dots,x^n)$, где $x^i = x(\varepsilon^{(i)}) \in \mathbb{R}^{d_i}$, $i \in \varepsilon^{(n)}$.

Выберем бесконечно дифференцируемые функции $\eta_0^{(i)} : \mathbb{R}^{d_i} \to \mathbb{R}$, такие, что $0 \leqslant \eta_0^{(i)}(\xi^i) \leqslant 1$, $\xi^i \in \mathbb{R}^{d_i}$; $\eta_0^{(i)}(\xi^i) = 1$ при $|\xi^i| \leqslant 1$; $\eta_0^{(i)}(\xi^i) = 0$ при $|\xi^i| \geqslant 3/2$ ($i \in \varepsilon^{(n)}$). Положим $\eta^{(i)}(\xi^i) = \eta_0^{(i)}(2^{-1}\xi^i) - \eta_0^{(i)}(\xi^i)$, $\eta_j^{(i)}(\xi^i) = \eta^{(i)}(2^{-j+1}\xi^i)$, $j \in \mathbb{N}$; $\eta_k(\xi) = \prod_{i=1}^n \eta_{k_i}^{(i)}(\xi^i)$, $\xi \in \mathbb{R}^d$, $k = (k_1,\dots,k_n) \in \mathbb{N}_0^n$.

Пусть $L_q = L_q(\mathbb{T}^d)$ ($1 \leqslant q \leqslant \infty$) — пространство функций f, 2π-периодических по каждой переменной, суммируемых в степени q (существенно ограниченных при $q = \infty$) на $\mathbb{T}^d$, с нормой $\| f \|_q = \| f \mid L_q(\mathbb{T}^d) \|$ (здесь $\mathbb{T}^d$ — d-мерный тор), а $l_\theta = l_\theta(\mathbb{N}_0^n)$ ($1 \leqslant \theta \leqslant \infty$) — пространство кратных (комплекснозначных) числовых последовательностей $\{a_k\} = \{a_k\}_{k \in \mathbb{N}_0^n}$ со стандартной нормой $\|\{a_k\} \mid l_\theta \|$.

Определение. *Пусть* $s = (s_1,\dots,s_n) \in (0,\infty)^n$, $1 \leqslant \theta \leqslant \infty$. *Пространство типа Никольского - Бесова* $\mathbf{B}_{p\theta}^{s,\epsilon}(\mathbb{T}^d)$ ($1 \leqslant p \leqslant \infty$) *состоит из всех функций* $f \in L_p(\mathbb{T}^d)$, *для* *которых конечна норма*

$$\|f \mid B\| = \|f \mid \mathbf{B}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)\| = \|\{2^{(s,k)}\|\sum_{\lambda\in\mathbb{Z}^d} \eta_k(\lambda)\widehat{f}(\lambda)e^{i}(\lambda, x)\|_p\} \mid l_\theta\|.$$

Пространство типа Лизоркина - Трибеля $\mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ $(1 \leqslant p < < \infty)$ *состоит из всех функций* $f \in L_p(\mathbb{T}^d)$, *для которых конечна норма*

$$\| f \mid F \| = \| f \mid \mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d) \| = \|\|\{2^{(s,k)} \sum_{\lambda\in\mathbb{Z}^d} \eta_k(\lambda)\widehat{f}(\lambda)e^{i(\lambda,x)}\} \mid l_\theta\|\|_p.$$

Здесь $\widehat{f}(\lambda) = (2\pi)^{-d}\int_{\mathbb{T}^d} f(x)e^{-i(\lambda,x)}dx$ — *коэффициенты Фурье функции* f, $\lambda \in \mathbb{Z}^d$.

В докладе будут даны точные в смысле порядка оценки колмогоровских, линейных и ортопоперечников единичных шаров пространств $\mathbf{B}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ и $\mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ в пространстве $L_q(\mathbb{T}^d)$ для ряда соотношений между параметрами этих пространств. Будут рассмотрены применения некоторых из этих оценок к приближенному восстановлению специальных псевдодифференциальных операторов "типа произведений".

В. С. Балаганский

Екатеринбург, Vladimir.Balaganskii@imm.uran.ru

ВЫПУКЛЫЕ ЗАМКНУТЫЕ ОГРАНИЧЕННЫЕ АНТИПРОКСИМИНАЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА В ПРОСТРАНСТВАХ ГРОТЕНДИКА

Подмножество $A \neq X$, $A \neq \varnothing$, банахова пространства X называется антипроксиминальным, если для любой точки $x \in X \backslash A$ в множестве A нет ближайшей точки.